

DS 3

Option informatique, deuxième année

Julien REICHERT

Durée : environ une heure et demie

Exercice 1 : Dessiner ou décrire un automate reconnaissant tous les mots sur l'alphabet $\{0, 1\}$ dont la plus longue suite de 1 est de taille exactement 3.

Exercice 2 : Même question pour les mots dont la plus longue suite de 1 **ou** la plus longue suite de 0 est de taille exactement 3. Si l'automate obtenu n'est pas déterministe, le déterminer.

Exercice 3 : Même question en remplaçant « ou » par « et ».

Exercice 4 : Montrer que si deux langages sont rationnels, alors leur différence symétrique est un langage rationnel. On ne se servira pas des propriétés de clôture mais on donnera la construction d'un automate à partir d'automates pour chacun des langages.

Exercice 5 : Montrer que si deux langages sont rationnels, alors leur « shuffle » est un langage rationnel. On définit le shuffle de L et L' comme l'ensemble des shuffles de w et w' pour $w \in L$ et $w' \in L'$ et le shuffle de w et w' comme l'ensemble des mots $\sigma_1 \dots \sigma_n$ pour lesquels il existe un sous-ensemble I de $\llbracket 1, n \rrbracket$ tel que les lettres σ_i pour i parcourant I dans l'ordre croissant forment w et les lettres σ_i pour i parcourant $\llbracket 1, n \rrbracket \setminus I$ dans l'ordre croissant forment w' . En quelque sorte, on mélange les mots dans l'ordre croissant.

Exercice 6 [difficile] : Montrer que si un langage est rationnel, alors sa racine carrée est un langage rationnel. On définit la racine carrée d'un langage comme l'ensemble des mots dont le carré est dans le langage, où le carré est la concaténation de deux copies du mot.

Exercice 7 [difficile] : Caractériser les langages pouvant être reconnu par un automate à la fois émondé et complet. Ce n'est pas la peine de dire qu'il s'agit de langages rationnels, on le sait. . .